

NEMKOLLINEÁRIS TERAHERTZ-KELTÉS GERJESZTŐ OPTIKAI IMPULZUSA TERJEDÉSÉNEK PARAXIÁLIS HULLÁMOPTIKAI MODELLJE

WAVEOPTICAL MODEL OF THE PROPAGATION OF THE OPTICAL PULSE IN A NONCOLLINEAR TERAHERTZ-GENERATION

Kőházi-Kis Ambrus*

Természet- és Műszaki Alaptudományi Tanszék, GAMF Műszaki és Informatikai Kar,
Neumann János Egyetem, Magyarország

Kulcsszavak:

hullámoptika
ultrarövid lézerimpulzus
impulzus terjedés
impulzusfront dőlés
terahertz-keltés

Keywords:

wave-optics
ultrashort laser pulses
pulse propagation
pulse front tilt
terahertz-generation

Cikktörténet:

Beérkezett 2018. augusztus 01.
Átdolgozva 2018. szeptember 04.
Elfogadva 2018. október 01.

Összefoglalás

Az általam vizsgált paraxiális hullámoptikai modell egyszerűsített változata az egy lencsét tartalmazó döntött impulzusfronttú terahertz-keltés kísérleti elrendezésének [4]: a fényimpulzus leképeződésében vizsgálom a szögdiszperzió és a lencse együttes hatását. A hullámoptikai modell megerősíti, hogy ha a rácsra beeső impulzus sávhatárolt, akkor a lencse mögött a rács képe helyén visszkapjuk a sávhatárolt impulzust. Viszont a hullámoptikai modell azt is adja, hogy ha a rácsra beeső impulzus nem sávhatárolt, vagy ha a terjedés során a lencsében, vagy a közegben lineáris fázismodulációt szed össze, akkor a sávhatárolt impulzus nem a rács képe helyén, hanem a fázismoduláció előjelétől függően a rács képe előtt, vagy mögött valósul meg.

Abstract

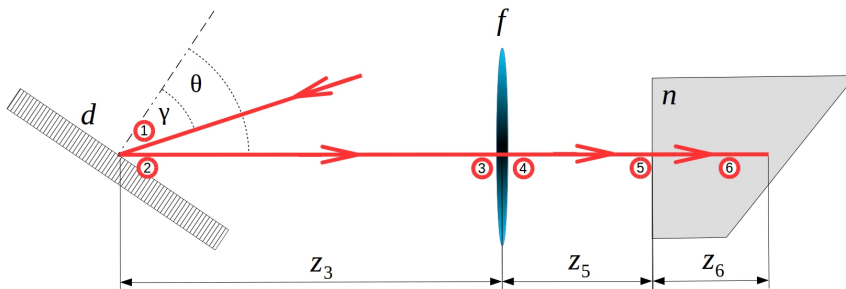
Simplified wave-optical model of the propagation of an ultrashort optical pulse in a terahertz-generation scheme utilizing pulse front tilt phase matching [4] is investigated. I concentrate on the propagation of the pulse after diffracted by an optical grating and imaged by a lense. The model reinforce the widely used theorem that the transform-limited pulse is built at the image position of the grating if the incident pulse on grating is transform limited. The wave-optical model yields also that the transform-limited pulse is also built but not at the image position of the grating if the incident pulse on the grating is phase-modulated, or the pulse gather an appreciate amount of dispersion in its propagation.

1. Bevezetés

Terahertzes (10^{12} Hz-es) frekvenciájú elektromágneses sugárzás széles, folyamatosan bővülő alkalmazási területekkel rendelkezik [1] a csillagásztól az orvosi alkalmazásokig. Ultrarövid, csupán egyciklusú terahertz-keltésre is mód nyílt a piko-, illetve femtoszekundumos optikai impulzusok nemlineáris közegekben történő egyenirányításával. A hatékony terahertz-keltéshez, mint jellemzően a

*Kapcsolattartó szerző. Tel.: +36 20 4640787; fax: +36 76 516 299
E-mail cím: kohazi-kis.ambrus@gamf.uni-neumann.hu

nemlineáris optikai folyamatok fázisillesztése, amely a célra legmegfelelőbb $LiNbO_3$ (lítiumniobát) kristályban az optikai és a terahertzes sugárzás terjedési sebességeinek több mint kétszeres hányadosa miatt hatékonyan csupán a gerjesztő optikai impulzus impulzusfrontjának megdöntésével érhető el [2]. Az impulzusfront megdöntését szögdiszperző keltésére szolgáló prizmákkal, illetve optikai rácsokkal valósítható meg [3]. A jellemzően optikai ráccsal megdöntött impulzusfrontot egy- vagy kétlencsés optikai leképezéssel tovább döntik [4], hogy a lítiumniobát kristályban megvalósulhasson a hatékony terahertz-keltés.



1. ábra. Elvi kísérleti elrendezés döntött impulzusfronttal megvalósított terahertz-keltéshez

A döntött impulzusfronttú fényimpulzusok terjedése izgalmas tudományos terület, mert az impulzus térbeli alakját, időtartamát nem csupán az alkalmazott szögdiszperzió mértéke, hanem az impulzust alkotó spektrális komponensek terjedés során változó laterális szétcsúszása is befolyásolja [5]. Az 1. ábrán látható elrendezésben a lencse utáni terjedést részleteiben még nem vizsgálták. Ebben a dolgozatban a továbbiakban megmutatom, hogy ha lineáris fázismodulációval bíró impulzus esik akkor is megjelenik az impulzus megdöntött, de sávhatárolt képe a lencse mögött a beeső fényimpulzus fázismodulációjától függő pozícióban.

2. A hullámoptikai modell

A rácsra beeső fényimpulzus egy időben és térben Gauss-eloszlású általában lineárisan fázismodulált fényimpulzus [6, 7]:

$$E_1(x_1, y_1, z_1, \omega) = F(\omega) \frac{q_{10}}{q_1} \exp \left[-\frac{i\omega}{c} \frac{x^2 + y^2}{2q_1} \right], \quad (1)$$

ahol $q_1 = q_{10} + z_1$ a fényimpulzus komplex görbületi sugara. Az egyszerűség kedvéért olyan fényimpulzussal számoltam, amely q -paramére frekvenciafüggetlen, mint az üres rezonátorok sajátnyalábjai – ekkor a különböző hullámhosszúságú spektrális összetevők nyalábderek-vastagsága a hullámhossz gyökével arányos. (Valódi lézerek kimenőnyalábjainak q -paramétere hullámhossz bonyolult függvénye, viszont dolgozatom eredményeit ez a bonyodalom lényegében nem érinti.)

Az (1) képletben szereplő $F(\omega)$ határozza meg a fényimpulzus spektrális eloszlását:

$$F(\omega) = E_{10} T_0 \sqrt{1 + 2ia} \exp \left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2 T_0^2}{2} (1 + 2ia) \right]. \quad (2)$$

Az $F(\omega)$ függvény Fourier-transzformáltja egy $D = 2aT_0^2$ csoportkéséssdiszperzióval rendelkező impulzust ad, viszont a térben is véges fényimpulzusban a tér különböző pontjaiban az impulzusnak eltérő időlefutása alakul ki a térbeli eloszlásban is megjelenő hullámhossz-függés miatt.

A rácsról visszaverődő fényimpulzus térbeli és spektrális eloszlása [8]:

$$E_2(x, y, z, \omega) = b_2 \exp \left[i \frac{\omega}{c} \Delta\omega \beta x \right] E_1(\alpha x, y, z, \omega), \quad (3)$$

ahol α és β az optikai rácson történő elhajlás paraméterei (lásd [8] referenciát). Az optikai rács elhajlási jelenségét az úgynevezett rácsegyenlet írja le (m az elhajlás rendje):

$$\sin \gamma + \sin \theta = \frac{m \lambda_0}{d} = \frac{2 m \pi c}{d \omega}, \quad (4)$$

ahol γ a beesési szög, $\theta = \theta(\gamma, \omega)$ pedig az elhajlási szög. Az α és a β paramétereket az alábbi módon szokták definiálni:

$$\alpha = \left. \frac{\partial \theta}{\partial \gamma} \right|_{\omega=\omega_0} = -\frac{\cos \gamma}{\cos \theta}, \quad \beta = \left. \frac{\partial \theta}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_0} = -\frac{m \lambda_0^2}{2 \pi c d \cos \theta}. \quad (5)$$

A rács után a lencséig történő z_3 távolság ($E_2 \rightarrow E_3$), illetve a lencsétől további z_5 távolság ($E_4 \rightarrow E_5$) terjedését a paraxiális Fresnel-integrálok írják le [6]:

$$E_3(x_3, y_3, z_3, \omega) = \frac{i e^{-i \frac{\omega}{c} z_3}}{\lambda z_3} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} E_2(x_2, y_2, z_2, \omega) \exp \left[-\frac{i \omega}{2 c z_3} \left((x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2 \right) \right] dx_2 dy_2. \quad (6)$$

Egy a hullámhossztól független f fókusztávolságú vékony lencse hatását pedig az alábbi képlet írja le [6]:

$$E_4(x_4 = x_3, y_4 = y_3, z_4 = z_3, \omega) = E_3(x_3, y_3, z_3, \omega) \exp \left[\frac{i \omega}{c} \frac{x_3^2 + y_3^2}{2 f} \right]. \quad (7)$$

A hosszadalmas, bár jellegében egyszerű számolás végén az alábbi analitikus formulákkal kaphatjuk meg az impulzus térbeli és spektrális eloszlásait. A rács után z_3 távolságra az E_3 eloszlást, míg a lencse után z_5 távolságra az E_5 eloszlást:

$$E_3(x_3, y_3, z_3, \omega) = b_3 e^{-i \frac{\omega}{c} z_3} F(\omega) \frac{q_{10}}{\sqrt{q_{3x} q_{3y}}} \exp \left[\frac{-i \omega}{2 c} \frac{y_3^2}{q_{3y}} \right] \times \\ \times \exp \left[\frac{-i \omega}{2 c} \frac{\left(\alpha x_3 - \frac{\Delta \omega \beta q_1}{\alpha} \right)^2}{q_{3x}} + \frac{i \omega}{2 c} \frac{\Delta \omega^2 \beta^2 q_1}{\alpha^2} \right], \quad (8)$$

$$E_5(x_5, y_5, z_5, \omega) = b_5 e^{-i \frac{\omega}{c} (z_3 + z_5)} F(\omega) \frac{q_{10}}{\sqrt{q_{3x} q_{3y}}} \sqrt{\frac{q_{4y} q_{4x}}{q_{5y} q_{5x}}} \exp \left[\frac{-i \omega}{2 c} \frac{y_5^2}{q_{5y}} \right] \cdot \\ \cdot \exp \left[\frac{-i \omega}{2 c} \frac{\left((x_5 - x_{40})^2 \right)}{q_{5x}} \right] \cdot \exp \left[\frac{i \omega}{2 c} \frac{\Delta \omega^2 \beta^2 q_1 (f - z_3)}{(f - z_3) \alpha^2 - q_1} \right], \quad (9)$$

ahol

$$q_{3x} = q_1 + \alpha^2 z_3, \quad q_{3y} = q_1 + z_3, \quad \frac{1}{q_{4x}} = \frac{\alpha^2}{q_{3x}} - \frac{1}{f}, \quad \frac{1}{q_{4y}} = \frac{1}{q_{3y}} - \frac{1}{f}, \quad q_{5x} = q_{4x} + z_5, \quad q_{5y} = q_{4y} + z_5, \quad (10)$$

továbbá x_{40} a nyalábeltolódás egy komplex paramétere:

$$x_{40} = \frac{\beta \Delta \omega q_1 f}{(f - z_3) - q_1} \quad (11)$$

A teljesség érdekében megadom a terahertz-keltés során alkalmazott nemlineáris kristályban történő extraordinárius nyalábként történő terjedés leírását is:

$$E_6(x_6, y_6, z_6, \omega) = b_6 e^{-i \frac{\omega}{c} (z_3 + z_5 + \frac{z_6}{n})} F(\omega) \frac{q_{10}}{\sqrt{q_{3x} q_{3y}}} \sqrt{\frac{q_{4y} q_{4x}}{q_{6y} q_{6x}}} \times \\ \times \exp \left[\frac{-i \omega}{2 c} \frac{y_6^2}{q_{6y}} - \frac{i \omega}{2 c} \frac{(x_6 - x_{40})^2}{q_{6x}} + \frac{i \omega}{2 c} \frac{\Delta \omega^2 \beta^2 q_1 (f - z_3)}{(f - z_3) \alpha^2 - q_1} \right], \quad (12)$$

ahol $q_{6x} = q_{5x} + z_6$, $q_{6y} = q_{5y} + z_6$ és n a közeg, általában hullámhossz-függő extraordinárius törésmutatója.

A továbbiakban főként az impulzusnak a szabad térben, levegőben történő terjedésére koncentrálok, mert ebben figyelhetők meg tisztán azok az impulzusdeformációs jelenségek, amelyek alakulásában a közeg diszperziója nem avatkozik bele. Valójában az impulzusnak olyan gyors, jelentős átalakulásai valósulnak meg a rács és a leképező lencse együttes hatására, hogy a nemlineáris közeg (LiNbO_3 kristály [4]) diszperziója valóban csak kiegészítő hatással van.

3. Nyalábterjedés nyomonkövetése ábrák segítségével

A (8) és a (9) a (2) képlettel együtt definiálják a lencse előtt, illetve után terjedő impulzus spektrumát. A tér minden pontjában a spektrum alapján Fourier-transzformáció segítségével számolhatjuk a tér lokális időfüggését, ezt pedig a paraxiális terjedés modelljében a jó közelítéssel c fénysebességgel való terjedés miatt kiteríthetjük a terjedés-irányú helyfüggésre. Az ω_0 körüli spektrumot eltolva nullába az impulzus elektromos tere burkolójának térbeli alakját kaphatjuk meg. Ezek láthatók a 2-4. ábrákon, ahol az impulzusalak az x - z sík 2,5 mm oldalhosszúságú négyzet alakú szelete látható.

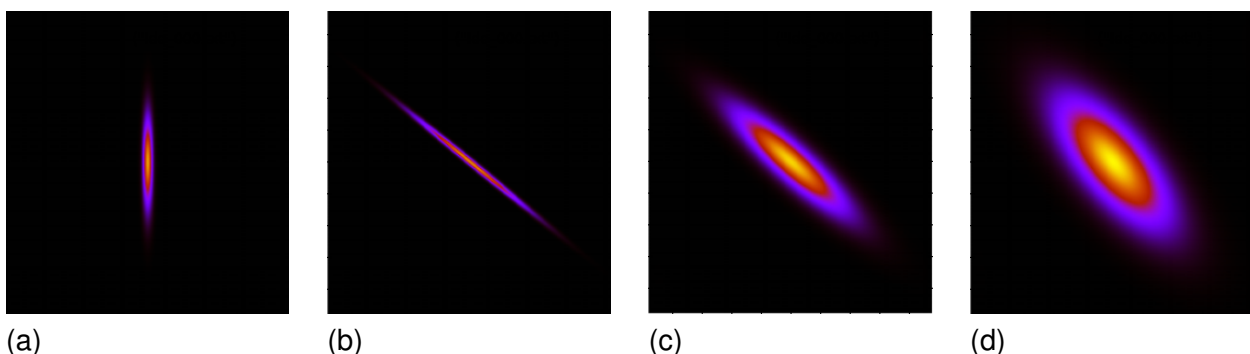
A grafikonok előállításához 200 fs sávhatárolt időtartamra elegendő spektrális sáv szélességű, 800 nm közép-hullámhosszúságú Gauss-impulzusokat vettem példának. A rácsnál párhuzamosított nyalábalakot tételeztem fel ($z_1 = 0$), nyalábvastagságát $w_{10} = 0,8$ mm értékűnek vettem, amelyből $z_0 = \pi w_{10}^2 / \lambda = 2,51$ m adódik [6].

A rácsot 1360 1/mm-es vonalsűrűségűnek választottam ($d = 1/1360$ mm = $0,735 \mu\text{m}$), amit Littrow-konfigurációnak [4] megfelelő elrendezésben alkalmazva $\gamma = \theta = 33^\circ$, $\alpha = 1$ és $\beta = 0,551$ fs értékeket kapjuk. A rácsról visszaverődött nyalábunk impulzus-frontjának dőlésszögére a $\tan \phi = 2\pi c \beta / \lambda = 1,378$ összefüggésből [9] a $\phi = 54^\circ$ érték adódik.

A lencse fókusztávolságára $f = 8,5$ cm-t választottam, a rács és a lencse közé felvett $z_3 = 20$ cm tárgytávolság a rács képének és a lencse közötti képtávolságra $z_5 = 12$ cm adódik.

A 2 és 3 ábrákon sávhatárolt, azaz fázismoduláció-mentes beeső impulzusnak a terjedése során kilakuló impulzus alakok figyelhetők meg.

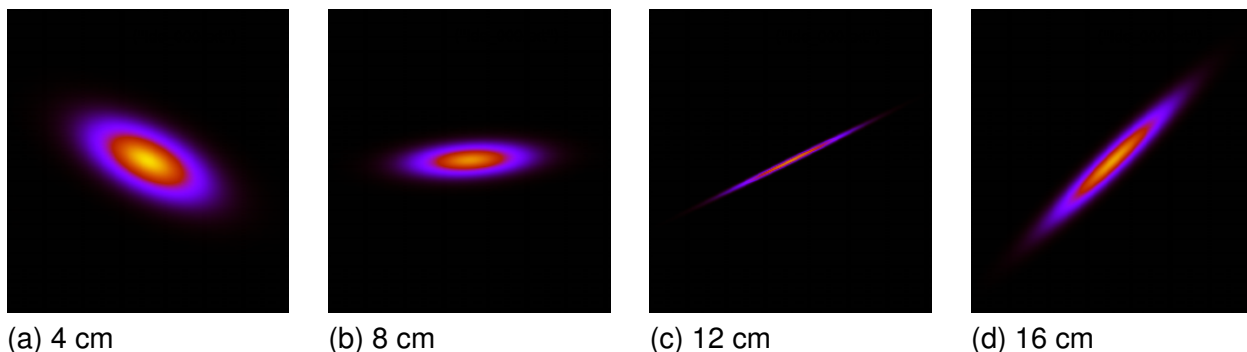
A 2.a ábrán megfigyelhető a rácsra beeső fényimpulzus térbeli kiterjedése. Közvetlenül a rács után már megdőlt, de még lokálisan rövid időtartammal bíró impulzus látszik a 2.b ábrán. A 2.c-d ábrákon a rács után a terjedés során szétterülő impulzus figyelhető meg. Észrevehető a ráctól való távolsággal csökkenő dőlésszög is [9].



2. ábra. A fényimpulzus alakja közvetlenül a rács előtt (a), közvetlenül a rács után (b), 10 cm-rel a rács után (c), illetve 20 cm-rel a rács után, közvetlenül a lencse előtt (d) (Az impulzus további paramétereit lásd a szövegben!)

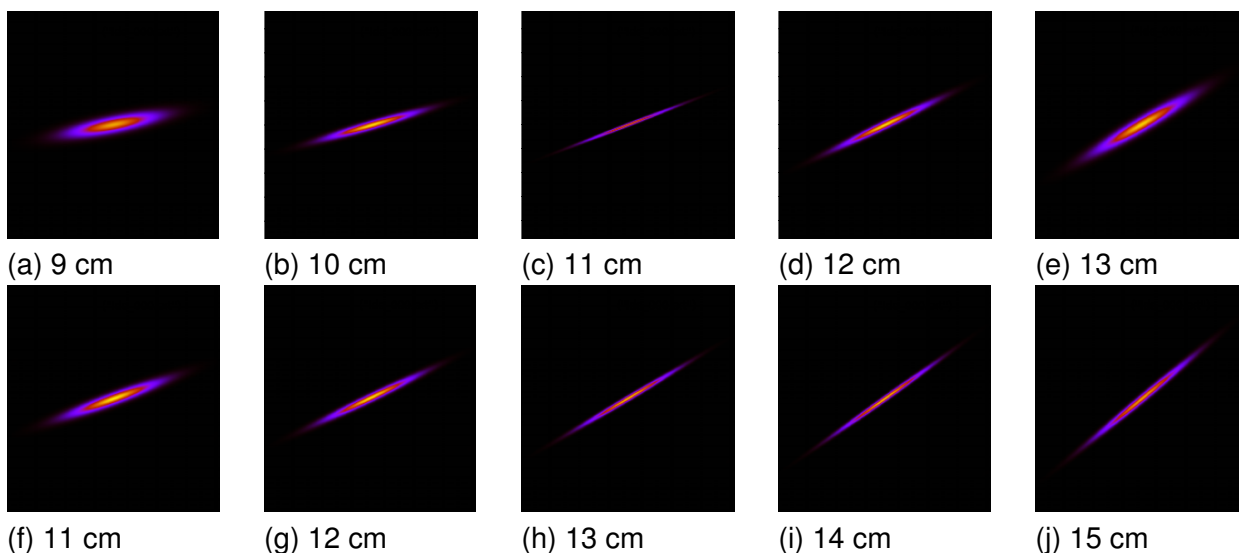
Külön ábra nem került a dolgozatba a közvetlenül a vékonylencse utáni nyalábalakról, mert az pontosan megegyezik a 2.d ábrán láthatóval, mivel a vékonylencse csupán a fényimpulzus térbeli fázisát változtatja meg. A 3.a-d ábrákon a lencse után terjedő impulzusalakot figyelhetjük meg a távolság (z_5) növekedésének függvényében. Jól látható, hogy a rács képének pozíciójában ismét a

beeső impulzusnak megfelelő rövid impulzusalak figyelhető meg. Távolabb ismét szétfolyik longitudinális és transzverzális irányokban az impulzus (lásd 3.d ábrát).



3. ábra. A fényimpulzus alakja lencse után 4 cm-rel (a), a lencse után 8 cm-rel (b), a lencse után 12 cm-rel (c), illetve a lencse után 16 cm-rel (d)
(Az impulzus további paramétereit lásd a szövegben!)

A 4.a-e ábrákon $a = -2$, illetve a 4.f-j ábrákon $a = +2$ paraméterű fázismodulált beeső impulzushoz tartozó impulzusalakokat láthatunk a rács képe ($z_5 = 12$ cm) közelében. A fázismodulációtól eltekintve a rácsra beeső fényimpulzus és a leképező rendszer paramétere az előzőekkel azonos. Megfigyelhető, hogy a negatív lineáris fázismodulációval ($a = -2$) bíró esetben is megfigyelhető a terjedés során a sávhatárolthoz közeli impulzusalak csak most a rács képéhez képest a lencséhez közelebbi pozícióban ($z_5 = 11$ cm, lásd a 4.c ábrát). A pozitív fázismodulációval rendelkező beeső impulzus esetén is megfigyelhető minimális impulzushossz (valahol a 13 cm és a 14 cm-es pozíciók között).



4. ábra. A fényimpulzus alakja lencse után az ábra alatt megjelölt távolságban. Az (a)-(e) ábrák esetén a rácsra beeső impulzus negatívan csörpölt ($a = -2$), míg az (f)-(j) ábrák esetén a rácsra beeső fényimpulzus pozitívan csörpölt ($a = +2$). Figyeljük meg, hogy a beeső impulzus fázismoduláltsága esetén a minimális időtartamú impulzus pozíciója eltér a fázismodulálatlan esetben megfigyelhető pozíciótól (12 cm, lásd az 3. ábrát)
(Az impulzus további paramétereit lásd a szövegben!)

Az analitikus képletek segítségével nyert grafikonok tehát megmutatják, hogy ha a rácsra beeső fényimpulzus lineárisan fázismodulált, akkor a lencse után a sávhatárolt fényimpulzus a beeső fényimpulzus fázismodulációjának előjelétől függően a lencse által a rácsról alkotott képe előtt, vagy mögött helyezkedik el. Megfigyelhető továbbá, hogy a pozitív értéke esetén az impulzus szétfolyása

lényegesen mérsékeltebb, mint a negatív értéke esetén.

4. Az impulzus tengely-menti tér analitikus vizsgálata

A fenti eredményeket megerősíthetjük analitikus vizsgálatok segítségével is. A sávhatárolt impulzus megjelenését a tengely menti ($x_5 = y_5 = 0$) terjedés során vizsgálni lehet a fent kapott (5) összefüggésben:

$$E_5(x_5 = 0, y_5 = 0, z_5, \omega) = b_5 e^{-i \frac{\omega}{c} (z_3 + z_5)} F(\omega) \frac{q_{10}}{\sqrt{q_{3x} q_{3y}}} \sqrt{\frac{q_{4y} q_{4x}}{q_{5y} q_{5x}}} \cdot \exp \left[+ \frac{i \omega}{2c} \frac{\Delta \omega^2 \beta^2 q_1 \left(\frac{1}{z_3} + \frac{1}{z_5} - \frac{1}{f} \right)}{\frac{(f - z_5) q_1}{f z_3 z_5} + \alpha^2 \left(\frac{1}{z_3} + \frac{1}{z_5} - \frac{1}{f} \right)} \right] \quad (13)$$

Látható, hogy ha teljesül a lencse leképezési törvénye ($\frac{1}{z_3} + \frac{1}{z_5} = \frac{1}{f}$), akkor a fényimpulzus spektruma nem kap számottevő fázistolást, az impulzus időbeli lefolyását az $F(\omega)$ határozza meg: ha az fázismoduláció-mentes, akkor a fényimpulzus is sávhatárolt. Ha viszont az $F(\omega)$ fázismodulált, akkor a sávhatárolt fényimpulzus megjelenési helye eltolódik az optikai rács képének pozíciójából, mint ahogyan azt az (5) összefüggés x-z síkbeli ábrázolása esetén az előző szakasz ábráin is meg lehet figyelni.

5. Következtetések

A 8-12. képletek a rácson elhajló, a lencsével leképezett, majd a diszperzív közegbe jutott fény-nyaláb terjedésének paraxiális hullámoptikai modelljét adják. A képletek alkalmazásával jól modellezhető, tervezhető a 1. ábrán látható kísérleti elrendezést alkalmazó terahertz-keltés megvalósítása. A hullámoptikai modell hánypótló [4], segítségével vizsgálhatók az elvileg megvalósítható gerjesztési jellemzők, de a konkrét megvalósítás során további nehézségeket támasztanak az alkalmazott optikai elemek leképezési hibái, amelyeket a paraxiális leírás természetéből adódóan nem tud leírni.

Köszönetnyilvánítás

Köszönettel tartozunk a kutatás támogatásáért, amely az EFOP-3.6.1-16-2016-00006 „A kutatási potenciál fejlesztése és bővítése a Neumann János Egyetemen” pályázat keretében valósult meg. A projekt a Magyar Állam és az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával, a Széchenyi 2020 program keretében valósul meg.

Hivatkozások

- [1] J. Hebling, G. Almási, „Képkeltés és spektroszkópia THz-es sugárzással: a csillagászatotól az orvosi alkalmazásokig”, Magyar Tudomány, 2005/12, 1483. o., 2005.
- [2] J. Hebling, G. Almási, I.Z. Kozma, J. Kuhl, „Velocity matching by pulse front tilting for large-area THz-pulse generation”, Opt. Expr., 10, 1161-1166, 2002.
- [3] J. Hebling, „Derivation of the pulse front tilt caused by angular dispersion”, Opt. Quant. Electr., 28, 1759-1763, 1996.
- [4] L. Pálfalvi, „Döntött impulzusfrontú gerjesztésen alapuló terahertzes impulzusforrások optimalizálása”, Akadémiai doktori értekezés, 2017.
- [5] S. Akturk, X. Gu, E. Zeek, R. Trebino, „Pulse-front tilt caused by spatial and temporal chirp”, Opt. Expr., 12, 4399-4410, 2004.

- [6] A.E. Siegman, „Lasers”, University Science Books, 1986.
- [7] Z. Wang, Z. Zhang, Z. Xu, Q. Lin, IEEE J. of Quantum Electronics, 33,566-573,1997.
- [8] O.E. Martinez, „Grating and prism compressors in the case of finite beam size”, J. Opt. Soc. Am. B, 3, 929-934, 1986.
- [9] O.E. Martinez, „Pulse distortions in tilted pulse schemes for ultrashort pulses”, Opt. Comm., 59, 229-232, 1986.